Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

THEMA I **(30 Punkte)**

5p **1.** Zeige, dass $2\lg 100 + \lg 2 + \lg 5 = 5$.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-6$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $f(a)+f(3a)=0$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $5^{3x}\cdot 5^2 = 5^x$.

5p **4.** Bestimme wie viele Teilmengen mit zwei Elementen, beide gerade Zahlen, die Menge $A=\{1,2,4,6,8,9\}$ hat.

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(3,1)$ und $B(3,0)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy. Bestimme die Koordinaten des Punktes C so, dass $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OB}$.

5p **6.** Gegeben ist das Dreieck ABC, rechtwinklig in A, mit dem Flächeninhalt gleich 18 und mit $B=\frac{\pi}{4}$. Zeige, dass $AB=6$.

THEMA II **(30 Punkte)**

1. Gegeben ist die Matrix $M(x)=\begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x+2 & x \\ 0 & 2x & x+2 \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det(M(1))=7$.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl x so, dass $M(x)\cdot M(2)=M(x-1)$.

5p **c)** Bestimme die natürlichen Zahlen n so, dass $2\det(M(n))\le\det(M(2n))$.

2. Gegeben ist das Polynom $f=X^3-2X^2-aX+2a$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $f(2)=0$, für jede reelle Zahl a.

5p **b)** Für $a=1$ zeige, dass das Polynom f durch das Polynom $g=X+1$ teilbar ist.

5p **c)** Bestimme $a\in(0,+\infty)$ so, dass $|x_1|+|x_2|+|x_3|=8$, wobei x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

THEMA III **(30 Punkte)**

1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(2x-4)+x^2-2x+4$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=2(x-1)(e^x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Zeige, dass $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{1-e^x}=4$.

5p **c)** Zeige, dass die Gleichung $f(x)=0$ genau zwei Lösungen hat.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{4x}{3x^2+1}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_3^4 f(x)(3x^2+1)\,dx=14$.

5p **b)** Zeige, dass $\int_0^1 f(x)dx = \frac{4}{3}\ln 2$.

5p **c)** Zeige, dass der Flächeninhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{4\ln x}{f(x)}$, von der Ox -Achse und von den Geraden mit den Gleichungen $x=1$ und $x=e$ gleich $\frac{3e^2+5}{4}$ ist.