

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 5р 1. Докажіть, що $2\lg 100 + \lg 2 + \lg 5 = 5$.
- 5р 2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 6$. Визначте дійсне число a для якого $f(a) + f(3a) = 0$.
- 5р 3. Розв'яжіть у множині дійсних чисел рівняння $5^{3x} \cdot 5^2 = 5^x$.
- 5р 4. Визначте скільки підмножин з двома елементами, у яких обидва парні числа, має множина $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$.
- 5р 5. У декартовому репері xOy розглядають точки $A(3,1)$ і $B(3,0)$. Знайдіть координати точки C для яких $\overline{AC} = \overline{OB}$.
- 5р 6. Розглядають трикутник ABC прямокутний у вершині A площа якого рівна 18 і $B = \frac{\pi}{4}$.
Докажіть, що $AB = 6$.

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матрицю $M(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x+2 & x \\ 0 & 2x & x+2 \end{pmatrix}$, де x - дійсне число.
- 5р а) Докажіть, що $\det(M(1)) = 7$.
- 5р б) Знайдіть дійсне число x для якого $M(x) \cdot M(2) = M(x-1)$.
- 5р в) Знайдіть натуральні числа n для яких $2\det(M(n)) \leq \det(M(2n))$.
2. Розглядають многочлен $f = X^3 - 2X^2 - aX + 2a$, де a - дійсне число.
- 5р а) Докажіть, що $f(2) = 0$, для будь-якого дійсного числа a .
- 5р б) Якщо $a = 1$, докажіть, що многочлен f ділиться на многочлен $g = X + 1$.
- 5р в) Визначте $a \in (0, +\infty)$ для яких $|x_1| + |x_2| + |x_3| = 8$, де x_1, x_2 і x_3 - корені многочлена f .

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(2x-4) + x^2 - 2x + 4$.
- 5р а) Докажіть, що $f'(x) = 2(x-1)(e^x + 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5р б) Докажіть, що $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - e^x} = 4$.
- 5р в) Докажіть, що рівняння $f(x) = 0$ має точно два корені.
2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{3x^2 + 1}$.
- 5р а) Докажіть, що $\int_3^4 f(x)(3x^2 + 1) dx = 14$.

- 5p** b) Докажіть, що $\int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{3} \ln 2$.
- 5p** c) Докажіть, що площа поверхні обмежена графіком функції $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{4 \ln x}{f(x)}$, вісью Ox і прямими заданими рівняннями $x=1$ і $x=e$ рівна $\frac{3e^2 + 5}{4}$.