

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Igazolja, hogy $\frac{12}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 2$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 1$ függvény. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(a) = 6$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{4x+1} = 3$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám osztható legyen 20-szal!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(2,0)$, $B(8,8)$ és $C(11,4)$ pontok. Igazolja, hogy $AB = 2BC$.
- 5p** 6. Igazolja, hogy $1 + \sin 30^\circ = 2 \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ -2x & 2 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $A(2) + A(0) = 2A(1)$.
- 5p** c) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\det(A(x) + xI_2) = 2$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 2(x+y) - xy - 4$ műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $1 \circ 3 = 1$.
- 5p** b) Igazolja, hogy a „ \circ ” művelet kommutatív!
- 5p** c) Határozza meg azokat az n természetes számokat, amelyekre $n \circ n \geq n - 2$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{2(1-x)}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény $x=1$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Határozza meg az f függvény monotonitási intervallumait!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_0^1 (x^2+x+1)f(x) dx = 2$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $\int_0^1 f(x) dx = \ln 3$.
- 5p** c) Igazolja, hogy a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x(x^2+x+1)f(x)$ függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $e+1$.